

ردیف	آزمون ۵	هماهنگ داخل و خارج از کشور - دی ۱۴۰۳	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	پایه دوازدهم • دوره دوم متوسطه		
				ریاضیات گسسته	رشته ریاضی و فیزیک	
۱			۰/۷۵	جمله‌های زیر را با نوشتن عدد مناسب در جای خالی تکمیل کنید. الف) اگر a و b دو عدد طبیعی بزرگ‌تر از یک باشند و $27 b$ و $9a b$، آنگاه $a = \dots\dots\dots$ است. ب) اگر در گراف G از مرتبه γ داشته باشیم $\gamma(G) = 1$، در این صورت $\Delta(G)$ برابر با $\dots\dots\dots$ است. پ) مجموع درایه‌های ستون دوم یک مربع لاتین مرتبه ϵ برابر با $\dots\dots\dots$ است.		
۲			۰/۷۵	درستی یا نادرستی گزاره‌های زیر را مشخص کنید. ☐ الف) گراف ساده با درجه رأس‌های ۱، ۲، ۳، ۴ و ۵ وجود ندارد. ☐ ب) اگر α و β دو عدد گنگ غیرمساوی باشند، حاصل $\frac{\alpha+\beta}{2\beta}$ عددی گنگ است. ☐ پ) تعداد تابع‌های یک‌به‌یک از یک مجموعه چهار عضوی به یک مجموعه شش عضوی برابر با ۱۵ است.		
۳			۱/۵	اگر $a \neq 0$ عددی صحیح و $4-3m 2a$ و $2-5m 2a$، جواب‌های صحیح a را مشخص کنید. ($m \in \mathbb{Z}$)		
۴			۱	اگر n و m دو عدد طبیعی و a و b دو عدد صحیح باشند و $a \equiv^m b$، نشان دهید: $a^n \equiv b^n$		
۵			۱/۲۵	برای دو عدد حقیقی x و y نشان دهید: $3x^2 + y^2 \geq 6x - 3$		
۶			۱/۲۵	اگر a و b دو عدد صحیح باشند و $ab \nmid 5$ عددی فرد باشد، ثابت کنید حاصل $a^2 + b^2$ عددی زوج است.		
۷			۱/۵	شخصی در یک مسابقه پرتاب دارت، در هر پرتاب ۷ یا ۹ امتیاز و در مجموع ۱۸۳ امتیاز کسب کرده است. حداکثر تعداد پرتاب‌های ۹ امتیازی او چقدر است؟		
۸			۲	گراف G با مجموعه رأس‌های $V(G) = \{a \text{ و } b \text{ و } c \text{ و } d \text{ و } e\}$ مفروض است. اگر داشته باشیم: $N_G(d) = \{a \text{ و } b \text{ و } c\}$ و $N_G(c) = \{d \text{ و } b\}$ و $N_G(b) = \{a \text{ و } d \text{ و } c\}$ الف) گراف G را رسم کنید. ب) یک دور به طول ۴ از گراف G بنویسید. پ) دو زیرگراف از مرتبه ۳ و اندازه ۳ از گراف G رسم کنید. ت) حاصل $\Delta(\bar{G}) + q(\bar{G})$ را به دست آورید.		

۹	مجموع درجه‌های گراف G برابر با ۲۴ است. اگر ۳ یال به یال‌های گراف G اضافه کنیم، گراف حاصل، گراف کامل می‌شود. مرتبه گراف G چقدر است؟	۱
۱۰	یک گراف $\mathcal{G}$ رأسی غیرتهی k - منتظم رسم کنید که: (الف) k بیشترین مقدار ممکن را داشته باشد. (ب) k کمترین مقدار ممکن را داشته باشد.	۱
۱۱	(الف) یک مجموعه احاطه‌گر مینیمال سه‌عضوی از گراف مقابل را بنویسید. (ب) عدد احاطه‌گری گراف مقابل را با ذکر دلیل تعیین کنید.	۱/۵
۱۲	به چند طریق می‌توان ۶ نفر را در سه اتاق ۳، ۲ و ۱ نفره اسکان داد؟	۰/۷۵
۱۳	معادله $x_1 + 2\sqrt{x_2} + x_3 + x_4 = 5$ چند جواب صحیح نامنفی دارد؟	۱/۷۵
۱۴	(الف) یک مربع لاتین چرخشی مرتبه ۴ بنویسید و آن را A بنامید. (ب) مربع لاتین حاصل از جایگشت $\begin{pmatrix} 1 \rightarrow 4 \\ 2 \rightarrow 3 \\ 3 \rightarrow 2 \\ 4 \rightarrow 1 \end{pmatrix}$ را روی مربع لاتین A بسازید و آن را B بنامید. (پ) آیا A و B متعامدند؟ چرا؟	۱
۱۵	در بین عددهای مجموعه $\{n \in \mathbb{N} \mid 1 \leq n \leq 400\}$ چند عدد وجود دارد که بر هیچ یک از عددهای ۶ و ۴ بخش پذیر نباشد.	۱/۵
۱۶	۱۳ نقطه درون یک مستطیل 3×4 قرار دارند. نشان دهید، حداقل ۲ نقطه از این ۱۳ نقطه وجود دارد که فاصله آنها از هم، کمتر از $\sqrt{2}$ است.	۱/۵
۲۰		