

هماهنگ داخل و خارج از کشور - مرداد ۱۴۰۳		آزمون --- ع	
مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه			
رشته ریاضی و فیزیک		هندسه (۳)	
پایه دوازدهم • دوره دوم متوسطه			
سؤال‌های فصل اول			
۰/۵	۱ درست‌ی یا نادرستی هریک از عبارت‌های زیر را مشخص کنید. ☐ الف) برای هر دو ماتریس مربعی هم مرتبه A و B ، در حالت کلی رابطه $(A - B)(A + B) = A^2 - B^2$ برقرار است. ☐ ب) وارون هر ماتریس مربعی در صورت وجود منحصر به فرد است.		
۱/۲۵	۲ ماتریس‌های $A = \begin{bmatrix} -1 & m \\ -2 & m \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$ چنان هستند که $C = 3A + 2B$ ماتریس قطری است. مقدار m و مجموع درایه‌های قطر اصلی ماتریس C را حساب کنید.		
۱	۳ با فرض $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$ ، ماتریس A^5 را محاسبه کنید.		
۱/۲۵	۴ الف) اگر A ماتریس 2×2 و اسکالر باشد و $a_{22} = 3$ ، در این صورت A و $ A $ را بیابید. ب) دو ماتریس $A = \begin{bmatrix} a & b & c \\ \circ & d & \circ \\ e & \circ & f \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} ka & kb & kc \\ \circ & d & \circ \\ e & \circ & f \end{bmatrix}$ ، (k عددی حقیقی است) را در نظر بگیرید. با محاسبه $ A $ و $ B $ نشان دهید که: $ B = k A $		
۱/۵	۵ دستگاه $\begin{cases} 3x - 4y = 1 \\ -x + 2y = 1 \end{cases}$ را با استفاده از ماتریس وارون حل کنید.		
۰/۵	۶ برای هریک از عبارت‌های (الف) و (ب) مورد مناسب را از بین کلمات (سهمی - بیضی - نقطه) انتخاب کرده و در پاسخ‌برگ وارد کنید. (یک مورد اضافی است) الف) فصل مشترک یک صفحه و یک سطح مخروطی در حالتی که صفحه بر محور سطح مخروطی عمود بوده و از رأس آن بگذرد. ب) مکان هندسی نقطه‌هایی از یک صفحه که از یک خط ثابت در آن صفحه و از یک نقطه ثابت غیرواقع بر آن خط در آن صفحه به یک فاصله باشند.		
۱/۵	۷ نقطه A و خط d در صفحه مفروض‌اند. نقطه‌ای بیابید که از A به فاصله ۲ سانتی‌متر و از خط d به فاصله ۳ سانتی‌متر باشد. (در باره تعداد جواب‌های مسئله بحث کنید)		

۸	مقدار m را چنان تعیین کنید که دایره به معادله $x^2 + y^2 + 2x - 2y + m = 0$ با دایره به مرکز $O(2, -3)$ و شعاع ۳ مماس بیرون باشد.	۱/۵
۹	معادله دایره‌ای را بنویسید که $O(1, -1)$ مرکز آن بوده و روی خط به معادله $2x - 3y = 2$ و تری به طول ۶ جدا کند.	۱/۲۵
۱۰	الف) خروج از مرکز یک بیضی با اندازه قطرهای ۴ و ۶ را بیابید. ب) نقطه P بیرون بیضی با قطر بزرگ $AA' = 2a$ و کانون‌های F و F' مفروض است. ثابت کنید: $PF + PF' > 2a$ (رسم شکل در پاسخ‌برگ الزامی است)	۱/۷۵
۱۱	سه‌می به معادله $y^2 - 2x = 2y$ داده شده است. مختصات رأس و کانون و معادله خط هادی سه‌می را به دست آورید.	۱/۵
۱۲	سؤال‌های فصل سوم جاهای خالی را با عبارت یا عددهای مناسب کامل کنید. الف) حاصل $(\vec{j} \times \vec{i}) - 3\vec{k}$ برابر است. ب) برای هر دو بردار دلخواه $\vec{a}$ و $\vec{b}$ ، حاصل $\vec{a} \cdot (\vec{a} \times \vec{b})$ برابر می‌باشد. پ) معادله صفحه‌گذرنده از نقطه $A(2, 3, -1)$ و عمود بر محور x ها به صورت می‌باشد. ت) اگر $A(3, 0, -1)$ و $B(5, 2, -3)$ مختصات نقطه M وسط پاره خط AB به صورت است.	۱
۱۳	برای هر دو بردار غیرصفر $\vec{a}$ و $\vec{b}$ ثابت کنید: $ \vec{a} \cdot \vec{b} \leq \vec{a} \vec{b} $. (منظور از $ \vec{a} \cdot \vec{b} $ قدرمطلق مقدار $\vec{a} \cdot \vec{b}$ می‌باشد)	۱
۱۴	فرض کنید $\vec{a} = (\frac{3}{4}, -\frac{1}{4}, \frac{1}{4})$ و $\vec{b} = (1, 0, 1)$ ، تصویر قائم بردار $2\vec{a} - \vec{b}$ را بر امتداد بردار $\vec{b}$ به دست آورید.	۱/۷۵
۱۵	نقطه‌های $A(1, 0, 0)$ ، $B(0, -2, 0)$ و $C(0, 0, 3)$ داده شده‌اند، ابتدا حاصل $\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}$ را محاسبه کرده و سپس به کمک آن مساحت مثلث ABC را به دست آورید.	۱/۵
۱۶	حجم متوازی‌السطوح ایجاد شده توسط بردارهای $\vec{a} = (0, -1, 1)$ ، $\vec{b} = (1, 0, -1)$ و $\vec{c} = (0, -1, -1)$ را بیابید.	۰/۷۵
۲۰		