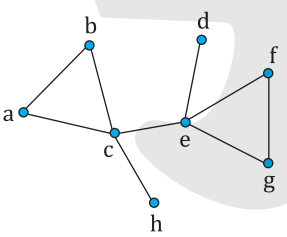


۱	جاهای خالی را با کلمه‌ها یا عبارت مناسب تکمیل کنید. الف) اگر p عددی اول باشد و $a \in \mathbb{Z}$ و $p \nmid a$، $(p, a) = \dots\dots\dots$ ب) گراف ۳- منتظم، ۸ رأسی دارای $\dots\dots\dots$ یال است. پ) در بین ۳۹۰ دانش‌آموز، حداقل $\dots\dots\dots$ نفر روز تولد یکسانی دارند. ت) تعداد تابع‌های یک‌به‌یک مانند $f: A \rightarrow B$ اگر بدانیم $B = 4$ و $A = 5$ برابر $\dots\dots\dots$ است.	۱
۰/۷۵	درستی و یا نادرستی جمله‌های زیر را مشخص کنید. الف) ☐ برای ۶ و ۲ و $n \neq 1$ دو مربع لاتین متعامد از مرتبه n وجود ندارد. ب) ☐ اگر $\deg_G(v) = 5$ و G یک گراف ۱۰ رأسی باشد، $\deg_{\bar{G}}(v) = 4$ پ) ☐ حاصل عبارت (3^0) و $[-12]$ و $[-18]$ برابر ۶- است. () نماد «ب م م» و $[]$ نماد «ک م م» است	۲
۰/۲۵	گزینه صحیح را انتخاب کنید: اگر $a, b \in \mathbb{R}$ کدام یک از ترکیب‌های دو شرطی زیر درست است؟ ۱) ☐ $a < b \Leftrightarrow a^2 < b^2$ ۲) ☐ $a < b \Leftrightarrow a^3 < b^3$ ۳) ☐ $a < b \Leftrightarrow (a-b)^2 \geq 0$ ۴) ☐ $a < b \Leftrightarrow a^2 < b^3$	۳
۱/۲۵	ثابت کنید میانگین حسابی دو عدد نامنفی از میانگین هندسی آنها کمتر نیست.	۴
۱/۲۵	هرگاه a, b, c سه عدد صحیح و $a \neq 0$ و $a \mid b$ و $a \mid c$ ثابت کنید: $a \mid b \pm c$	۵
۱/۵	اگر a و b دو عدد صحیح و ab فرد باشد، باقی‌مانده $a^2 + b^2 - 5$ بر ۸ را حساب کنید.	۶
۰/۷۵	ثابت کنید اگر $p \geq 3$ عددی اول باشد، آنگاه به یکی از دو صورت $p = 4k + 1$ یا $p = 4k + 3$ نوشته می‌شود. ($k \in \mathbb{Z}$)	۷
۱/۵	معادله $9x - 1 \equiv 2x + 1 \pmod{13}$ را حل کنید و تعداد جواب‌های دو رقمی طبیعی آن را به دست آورید.	۸
۱/۵	گراف G مقابل را در نظر بگیرید. الف) مقدار $q(\bar{G})$ را به دست آورید. ب) مجموع درجه‌های رأس‌های گراف $\bar{G}$ را مشخص کنید. پ) مجموعه $N_{\bar{G}}[e]$ را بنویسید. 	۹

۱۰	در گراف کامل K_p با ۲۸ یال مقدار $۲۸(K_p) - ۳\delta(K_p) + p$ را محاسبه کنید.	۱
۱۱	۷ دانش‌آموز a, b, c, d, e, f, g از یک کلاس را در نظر بگیرید. فرض کنید دوستی بین اعضای این گروه یک رابطه دوطرفه است. یعنی هر دو نفر از آنها یا هر دو با هم دوست‌اند یا هیچ‌یک با دیگری دوست نیست. اطلاعات زیر را داریم: «شخص a با d و g دوست می‌باشد. شخص b با همه به جز c دوست می‌باشد.» «شخص e با f دوست می‌باشد. شخص d با g دوست می‌باشد.» (الف) برای رابطه دوستی فوق یک گراف ترسیم کنید. (ب) رأس یا رأس‌های ایزوله این گراف را مشخص کنید و تعبیر آن را در این رابطه دوستی بیان کنید. (پ) رابطه دوستی کدام چهار نفر تشکیل یک گراف کامل را می‌دهد.	۱/۵
۱۲	گراف مقابل را در نظر بگیرید. (الف) آیا $\{a, h \text{ و } z \text{ و } f\}$ یک مجموعه احاطه‌گر برای این گراف می‌باشد؟ چرا؟ (ب) آیا مجموعه $\{a \text{ و } m \text{ و } i \text{ و } f \text{ و } d\}$ احاطه‌گر مینیمال است؟ چرا؟ (پ) یک مجموعه احاطه‌گر مینیمم شامل رأس e بنویسید.	۱/۵
۱۳	به چند طریق می‌توان از بین مدادهایی با رنگ‌های زرد، آبی، قرمز و سبز، ۱۱ مداد انتخاب کرد، اگر بخواهیم از مداد زرد رنگ حداقل دو تا و از مداد سبز رنگ بیش از سه تا داشته باشیم؟	۱/۵
۱۴	(الف) سه مدرس A, B و C قصد دارند در یک روز در سه جلسه ۱۰-۸، ۱۲-۱۰ و ۱۴-۱۲ در سه کلاس (الف) و (ب) و (پ) تدریس کنند. هر کلاس سه جلسه درسی خواهد داشت و هر مدرس در هریک از کلاس‌ها دقیقاً یک بار باید تدریس کند. به کمک مربع لاتین چرخشی برای آنها یک برنامه‌ریزی انجام دهید. (ب) در برنامه قبلی، مدرس A تصمیم دارد با مدرس B برنامه خود را جابه‌جا کند. مربع لاتین جدید را تشکیل دهید و متعامد بودن این دو مربع لاتین را بررسی کنید.	۱
۱۵	اگر یک قفل رمزدار شامل ۴ رقم از صفر تا ۵ باشد و بدانیم رمز بسته‌شده روی قفل حداقل یک رقم صفر و یک رقم ۵ را شامل می‌شود، چند رمز متفاوت برای این قفل می‌توان ساخت؟	۱/۵
۱۶	ثابت کنید در بین هر سه عدد طبیعی حداقل دو عدد طبیعی وجود دارد که مجموعشان عدد زوج است.	۱/۲۵
۱۷	با حرف‌های کلمه «بادبادک‌باز» چند کلمه ۱۰ حرفی می‌توان نوشت؟	۱
		۲۰