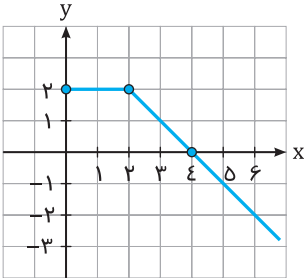
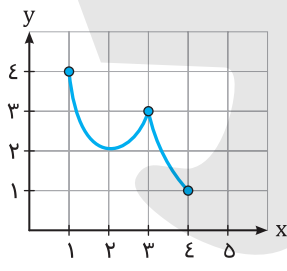
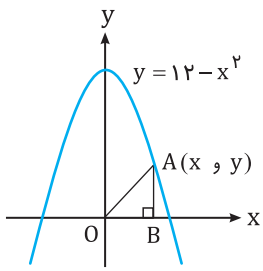


۱۴۰۳	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	هماهنگ داخل و خارج از کشور - خرداد ۱۴۰۳	آزمون ۳	پایه دوازدهم
رشته علوم تجربی	ریاضی (۳)	پایه دوازدهم • دوره دوم متوسطه		
۰/۷۵		درستی یا نادرستی عبارت‌های زیر را مشخص کنید. الف) هر نقطهٔ اکسترمم نسبی تابع، یک نقطهٔ بحرانی آن است. ب) تابع $f(x) = \sqrt[3]{x}$ در $x = 0$ مشتق‌پذیر است. پ) در تابع $f(x) = \sqrt{x-1} + 4$ دامنهٔ تابع $y = (f^{-1} \circ f)(x)$ برابر $(-\infty, +\infty)$ است.	۱	
۰/۷۵		جاهای خالی را با عبارت یا عدد مناسب کامل کنید. الف) تابع $g(x) = x^2 - 4x + 5$ در بازهٔ $[-\infty, a]$ اکیداً نزولی است. حداکثر مقدار a برابر است. ب) مقدار عددی عبارت $\sin 15^\circ \cos 15^\circ$ برابر است. پ) اگر صفحهٔ P در یکی از موقعیت‌ها با مولد سطح مخروطی موازی باشد و از رأس آن عبور نکند، شکل حاصل است.	۲	
۰/۵		به کمک انتقال نمودار تابع $y = x^3$ نمودار تابع $f(x) = (x-2)^3 + 1$ را رسم کنید.	۳	
۰/۷۵		در شکل مقابل نمودار تابع f رسم شده است. الف) نمودار تابع g با ضابطهٔ $g(x) = f(2x)$ را رسم کنید. ب) مقدار $g \circ f(0)$ را به دست آورید.	۴	
۱/۲۵		تابع $f(x) = \sqrt{x+4} - 1$ را در نظر بگیرید. دامنه و ضابطهٔ تابع وارون آن را بیابید.	۵	
۱/۵		اگر بیشترین و کمترین مقدار تابع $y = a \sin(\lambda x) + c$ به صورت به ترتیب ۹ و ۳ باشد: الف) مقدارهای a و c را بیابید. ب) دورهٔ تناوب تابع را به دست آورید.	۶	
۱/۲۵		جواب‌های معادلهٔ $\cos(2x) = \frac{1}{3}$ را در بازهٔ $(0, \pi)$ و به دست آورید.	۷	

۲	حدهای زیر را محاسبه کنید. (نماد [] علامت جزء صحیح است) الف) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{\sqrt{x}-1} =$ ب) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{1}{(x-5)^4} =$ پ) $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{3-[x]}{x-3} =$ ت) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-6x^3 + 7x - 9}{2x^3 - 4x^2 + x} =$	۸
۱	اگر نمودار تابع f از نقطه $(\epsilon, 2)$ و A بگذرد و $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = 3$ باشد، معادله خط مماس بر نمودار f را در نقطه A به دست آورید.	۹
۱/۲۵	با استفاده از تعریف مشتق، شیب نیم مماس چپ تابع $f(x) = x^2 - \epsilon$ را در $x = 2$ بیابید.	۱۰
۱/۲۵	مشتق تابع مقابل را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست) $f(x) = (x - \epsilon)^3 + \frac{5x + 3}{\sqrt{2x - 1}}$	۱۱
۱/۲۵	تابع $f(x) = x^2 - x$ را در نظر بگیرید. الف) آهنگ تغییر متوسط تابع f را در بازه $[2, 0]$ به دست آورید. ب) حدود x را چنان بیابید که آهنگ تغییر لحظه‌ای تابع f از آهنگ تغییر متوسط آن، در بازه $[2, 0]$ بزرگ‌تر باشد.	۱۲
۱	در نمودار تابع مقابل، طول نقطه‌های ماکزیمم نسبی، مینیمم نسبی، ماکزیمم مطلق و مینیمم مطلق را بیابید. 	۱۳

۱۴	مطابق شکل زیر، نقطه A در ناحیه اول دستگاه مختصات روی منحنی $y = 12 - x^2$ قرار دارد. با استفاده از جدول تغییرات، مختصات نقطه A را چنان بیابید که مساحت مثلث قائم الزاویه OAB بیشترین مقدار ممکن را داشته باشد. 	۱/۷۵
۱۵	در یک بیضی فاصله کانونی با طول قطر کوچک آن برابر است. خروج از مرکز بیضی را بیابید.	۱/۲۵
۱۶	اگر مرکز دایره $x^2 + y^2 + ax - 4y - 4 = 0$، نقطه (2) و (1) باشد: الف) مقدار a را بیابید. ب) شعاع دایره را محاسبه کنید.	۱
۱۷	سه ظرف یکسان داریم. در اولین ظرف ۱۵ مهره قرار دارد که ۳ تای آنها قرمز است. در ظرف دوم هیچ مهره قرمز وجود ندارد و در ظرف سوم ۱۲ مهره داریم که ۶ تای آنها قرمز است. با چشم بسته یک ظرف را انتخاب کرده و یک مهره از آن خارج می‌کنیم. با چه احتمالی این مهره قرمز است؟	۱/۵
		۲۰