

آزمون ۳		هماهنگ داخل و خارج از کشور - خرداد ۱۴۰۳		مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	
پایه دوازدهم • دوره دوم متوسطه		هندسه (۳)		رشته ریاضی و فیزیک	
سؤالهای فصل اول					
۱	الف) اگر A ماتریس اسکالر و B ماتریس هم مرتبه A باشد، آنگاه حاصل ضرب آنها تعویض پذیر است. ☐ درست ☐ نادرست ۱/۵				
	ب) اگر $A = \begin{bmatrix} 5 & -2 \\ 1 & -4 \end{bmatrix}$ باشد، آنگاه $A^{1403} = I$ ☐ درست ☐ نادرست				
	پ) دترمینان ماتریس $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 3 & 2 & 1 \\ 0 & -2 & 4 \end{bmatrix}$ برابر است.				
	ت) از تساوی ماتریسی $A \times B = A \times C$ که در آن A یک ماتریس مربعی است، با شرط نتیجه می شود $B = C$				
۲	اگر $A = [a_{ij}]_{3 \times 3}$ به صورت $a_{ij} = \begin{cases} -1 & i-j > 1 \\ 0 & i-j = 1 \\ 1 & i-j < 1 \end{cases}$ باشد، ماتریس $A^2 - 2I$ را به دست آورید. ۱/۵				
۳	اگر $A = [a_{ij}]_{2 \times 2}$ و $ A^3 = -8$ باشد، حاصل $\frac{ A^{-1} }{ 3A }$ را بیابید. ۱				
۴	دستگاه معادله های $\begin{cases} 3x + 7y = -4 \\ -5x + 2y = -7 \end{cases}$ را با استفاده از ماتریس وارون حل کنید. ۱				
۵	به ازای چه مقدارهایی از m دستگاه معادله های $\begin{cases} -4x + (m-3)y = 3 \\ 2x - \frac{m-3}{2}y = 1 \end{cases}$ یک جواب منحصر به فرد دارد؟ ۱				
سؤالهای فصل دوم					
۶	دایره هایی که مرکز آنها روی سهمی به معادله $(y-1)^2 = -8(x+1)$ واقع است و از کانون سهمی می گذارند، بر خط به معادله مماس هستند. ۰/۵				
۷	دو نقطه A و B و خط d که شامل هیچ یک نیست در صفحه مفروض اند. نقطه ای بیابید که از A و B به یک فاصله بوده و از d به فاصله ۳ سانتی متر باشد. ۱/۲۵				
۸	وضعیت دایره به معادله $x^2 + y^2 - 6x + 12y + 20 = 0$ ، نسبت به دایره ای به مرکز مبدأ مختصات و شعاع ۳ واحد را مشخص کنید. ۱				

۹	معادله دایره‌ای را بنویسید که خط‌های $x+y=1$ و $x-y=3$ شامل قطرهایی از آن باشند و روی خط به معادله $x+y=2$ وتری به طول $2\sqrt{2}$ ایجاد می‌کند.	۱
۱۰	نقطه‌های $B(-1, 2)$ و $B'(-1, -4)$ دو سر قطر کوچک یک بیضی با فاصله کانونی $2\sqrt{3}$ واحد است. طول قطر بزرگ بیضی را بیابید.	۱
۱۱	یک بیضی به مرکز O و کانون‌های F و F' ، مطابق شکل مقابل مفروض است. اگر $S_{\triangle FBF'} = S_{\triangle BA'O}$ باشد، خروج از مرکز بیضی را به دست آورید.	۱
۱۲	معادله سهمی را بنویسید که خط هادی آن $y=-2$ و کانون آن $F(1, -4)$ باشد.	۱
۱۳	یک شعاع نورانی در امتداد خط $x=4$ بر سهمی $x^2=8y$ می‌تابد. معادله خط بازتاب را بنویسید.	۱/۲۵
۱۴	سؤال‌های فصل سوم الف) خط به معادله $\begin{cases} x=2 \\ y=3 \end{cases}$ بر صفحه xOz عمود است. ☐ درست ☐ نادرست ب) حاصل عبارت $\vec{i} \times (\vec{j} \times \vec{k})$ برابر با است. پ) در شکل مقابل بردار $\vec{x}$ بر حسب $\vec{a}$ و $\vec{b}$ برابر با است. ت) معادله صفحه‌ای که موازی صفحه yOz است و از نقطه $A(3, -1, 2)$ می‌گذرد، برابر با است.	۱/۲۵
۱۵	اگر $\vec{a} = -\vec{i} - \sqrt{3}\vec{k}$ و $\vec{b} = (\sqrt{3}, 2, 1)$ باشد، تصویر قائم بردار $\vec{b}$ بر $\vec{a}$ و اندازه بردار تصویر را به دست آورید.	۱/۵
۱۶	اگر مساحت متوازی‌الاضلاعی که توسط بردارهای $\vec{a}$ و $\vec{b}$ ساخته می‌شود، $6\sqrt{3}$ باشد و $ \vec{a} =4$ ، $ \vec{b} =3$ ، حاصل $\vec{a} \cdot (\vec{a} - \vec{b})$ را به دست آورید.	۱/۷۵
۱۷	دو بردار $\vec{a} = (-m, -1, -2)$ و $\vec{b} = (0, -3, m+2)$ مفروض‌اند. اگر دو بردار $\vec{a} + \vec{b}$ و $\vec{a} - \vec{b}$ بر هم عمود باشند، آنگاه حجم متوازی‌السطوحی که روی بردارهای $\vec{a}$ ، $\vec{b}$ و $\vec{a} \times \vec{b}$ ساخته می‌شود را به دست آورید.	۱/۵
۲۰		