

آزمون ۲		هماهنگ داخل و خارج از کشور - دی ۱۴۰۲		مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	
پایه دوازدهم • دوره دوم متوسطه		هندسه (۳)		رشته ریاضی و فیزیک	
۱	جاهای خالی را با عبارت مناسب پر کنید. الف) در ماتریس قطری $A = \begin{bmatrix} -۳ & ۰ \\ ۲k-۱ & ۲ \end{bmatrix}$ ، مقدار k برابر است. ب) هرگاه صفحه‌ای شامل محور یک سطح مخروطی، آن را برش دهد، فصل مشترک حاصل است. پ) حجم متوازی‌السطوحی که روی بردارهای واحد $\vec{i}$ ، $\vec{j}$ و $\vec{k}$ بنا می‌شود، برابر است.	۰/۷۵			
۲	درستی یا نادرستی عبارت‌های زیر را مشخص کنید. ☐ الف) اگر $A_{n \times n}$ ماتریس دلخواه و I_n ماتریس همانی و $A^2 - A = I$ باشد، وارون ماتریس A ، برابر با $(I - A)$ است. ☐ ب) مکان هندسی مرکز همه دایره‌های با شعاع ثابت r که بر دایره $C(O, r)$ در صفحه این دایره مماس خارج هستند، دایره $C'(O, 2r)$ است. ☐ پ) بردار $(\frac{2}{\sqrt{5}}, \frac{1}{\sqrt{5}}, 0)$ و $\vec{a} = (0, 1, 0)$ یک بردار یکه است.	۰/۷۵			
۳	ماتریس $A = [a_{ij}]_{3 \times 3}$ که $a_{ij} = \begin{cases} \vec{j} - 1 & \vec{i} > \vec{j} \\ i^2 - \vec{j} & \vec{i} = \vec{j} \\ 1 - \vec{i} & \vec{i} < \vec{j} \end{cases}$ و $B = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 2 \\ -2 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \end{bmatrix}$ مفروض‌اند. الف) حاصل $A \times B$ را به دست آورید. ب) دترمینان ماتریس B را به دست آورید. (با روش دلخواه)	۲			
۴	دستگاه $\begin{cases} 3x - 4y = 1 \\ 2y - x = 1 \end{cases}$ را با استفاده از ماتریس وارون حل کنید.	۱/۲۵			
۵	اگر A ماتریسی 3×3 باشد و $ A = -2$ ، حاصل $ A^{-1} + 2A $ را محاسبه کنید.	۱/۲۵			
۶	اگر $A = \begin{bmatrix} 2x-y & 5 \\ z & 4 \end{bmatrix}$ ، $B = \begin{bmatrix} 3 & 2x+y \\ -3 & 4 \end{bmatrix}$ و $A = B$ باشند، حاصل $x^2 - 2y + z$ را به دست آورید.	۱			
۷	نقطه A و خط d در صفحه مفروض‌اند. نقطه‌ای بیابید که از A به فاصله ۳ سانتی‌متر و از d به فاصله ۴ سانتی‌متر باشد. (در مورد حالت‌های مختلف جواب بحث کنید)	۱/۵			

۸	معادله دایره‌ای را بنویسید که مرکز آن $O(0, 1)$ بوده و با دایره $(x-2)^2 + (y-3)^2 = 16$ مماس داخل باشد.	۱/۵
۹	وضعیت خط $x+y=3$ و دایره $x^2+y^2-2y-3=0$ را تعیین کنید.	۱/۵
۱۰	در بیضی مقابل، خروج از مرکز برابر $\frac{e}{8}$ است. نسبت مساحت مثلث $OB'F'$ به مساحت مثلث OAB' را بیابید.	۱/۵
۱۱	در شکل زیر، سهمی با رأس A و کانون F و خط هادی d رسم شده است. از F به نقطه دلخواه M روی سهمی وصل کرده و امتداد داده‌ایم تا d در نقطه N قطع کند و از نقطه M ، MT را بر d عمود کرده‌ایم. ثابت کنید: $\frac{FN}{FA} = \frac{2NT}{TH}$	۱/۵
۱۲	اگر $ \vec{a} =10$ ، $ \vec{b} =2$ و $\vec{a} \cdot \vec{b} = 12$ باشند و زاویه بین دو بردار حاده باشد، مقدار $ \vec{a} \times \vec{b} $ را محاسبه کنید.	۱/۵
۱۳	بردارهای عمود بر دو بردار $\vec{a} = (2, -1, 3)$ و $\vec{b} = (-1, 2, 1)$ بیابید.	۱
۱۴	اگر $\vec{a} = (4, -3, 1)$ و $\vec{b} = 3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$ باشند، آنگاه تصویر قائم بردار $\vec{a}$ بر امتداد بردار $\vec{a} - \vec{b}$ بیابید.	۱/۵
۱۵	فرض کنید $\vec{a}$ و $\vec{b}$ بردارهایی به طول ۵ هستند که با یکدیگر زاویه $\frac{\pi}{6}$ می‌سازند. مساحت مثلثی که توسط بردارهای $\vec{a} + \vec{b}$ و $2\vec{a}$ تولید می‌شود را بیابید.	۱/۵