

۱/۲۵

۱

جاهای خالی را با عبارت‌های مناسب پر کنید.

الف) اگر k عددی صحیح باشد، باقی‌مانده تقسیم $۱۹k - ۳۰۰$ بر ۱۹ برابر با است.

ب) اگر a ، b و c عددهایی طبیعی باشند که $a|b$ و $b|c$ ، در این صورت عبارت $([a \text{ و } b] \text{ و } [a \text{ و } c])$ برابر با است.

پ) دو مربع لاتین ۲×۲ وجود و مربع لاتین ۱×۱ وجود دارد.

ت) تعداد تابع‌های یک‌به‌یک از مجموعه دو عضوی به مجموعه چهار عضوی برابر می‌باشد.

۱/۵

۲

در هریک از مورد‌های زیر، گزاره درست را اثبات و گزاره نادرست را با ارائه مثال نقض، رد کنید.

الف) با اضافه کردن یک واحد به حاصل ضرب دو عدد زوج متوالی، حاصل، مربع کامل است.

ب) حاصل ضرب هر عدد گویا در عدد گنگ، همواره عددی گنگ است.

۰/۷۵

۳

در هریک از سؤال‌های زیر، گزینه مناسب را انتخاب کنید.

الف) عدد ۱۴۰۲ به کدام دسته هم‌نهمی به پیمانه ۷ تعلق دارد؟

(۱) ☐ [۵] (۲) ☐ [۲] (۳) ☐ [۰] (۴) ☐ [۱]

ب) باقی‌مانده تقسیم عدد $(۷^{۱۰۰} - ۲^{۱۰۰} - ۹^{۱۰۰})$ بر ۱۴ کدام است؟

(۱) ☐ صفر (۲) ☐ ۳ (۳) ☐ ۵ (۴) ☐ ۸

پ) کدام یک از معادله‌های هم‌نهمی زیر در مجموعه عددهای صحیح جواب ندارد؟

(۱) ☐ $۶x \equiv ۱۱ \pmod{۹}$ (۲) ☐ $۲x \equiv ۳ \pmod{۵}$ (۳) ☐ $۵x \equiv ۱۰ \pmod{۷}$ (۴) ☐ $۳x \equiv ۱۰ \pmod{۷}$

۱/۵

۴

ثابت کنید مجموع مربع‌های هر دو عدد حقیقی همواره از قرینه حاصل ضرب آنها کمتر نیست.

۱/۲۵

۵

اگر $a|b$ و $b \neq ۰$ ، در این صورت ثابت کنید $|a| \leq |b|$

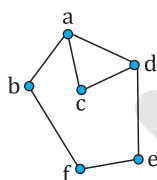
۱/۵

۶

رقم یکان عدد $A = ۲! + ۴! + ۶! + \dots + ۱۰۰!$ را به دست آورید.

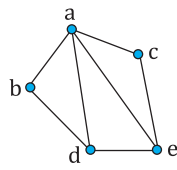
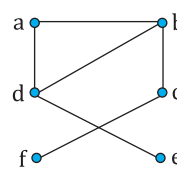
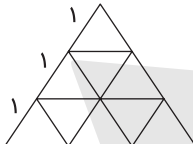
۱/۲۵

۷



الف) مجموعه همسایگی بسته یک رأس در گراف را تعریف کنید.

ب) در گراف شکل مقابل همسایگی باز رأس d را بنویسید.

۰/۷۵		۸	مکمل گراف G که در شکل مقابل آمده است را رسم کنید.									
۱		۹	آیا می‌توان گرافی ۳- منتظم از مرتبه ۹ رسم کرد؟ برای پاسخ خود دلیل بیاورید.									
۱		۱۰	در گراف P_1 چند مسیر به طول ۳ وجود دارد؟									
۲	 (G)	۱۱	الف) با ذکر دلیل عدد احاطه‌گری گراف شکل مقابل را تعیین کنید. ب) یک مجموعه احاطه‌گر مینیمال بنویسید که مینیمم نباشد. برای پاسخ خود دلیل ارائه دهید.									
۱/۲۵	<table border="1" data-bbox="228 1184 365 1319"><tr><td>۱</td><td>۳</td><td>۲</td></tr><tr><td>۲</td><td>۱</td><td>۳</td></tr><tr><td>۳</td><td>۲</td><td>۱</td></tr></table>	۱	۳	۲	۲	۱	۳	۳	۲	۱	۱۲	مربع لاتینی بنویسید که با مربع لاتین مقابل متعامد باشد و متعامد بودن آن را با ذکر دلیل بیان کنید.
۱	۳	۲										
۲	۱	۳										
۳	۲	۱										
۱/۲۵		۱۳	نشان دهید تعداد جواب‌های صحیح و مثبت معادله $x_1 + x_2 + \dots + x_k = n$ برابر با $\binom{n-1}{k-1}$ است.									
۰/۷۵		۱۴	با رقم‌های ۶، ۶، ۵، ۱، ۴، ۴ و ۴، چند عدد هفت‌رقمی می‌توان نوشت؟									
۱/۲۵		۱۵	یک مثلث متساوی‌الاضلاع را به طول ضلع ۳ واحد تقسیم‌بندی کرده‌ایم. نشان دهید اگر ۱۰ نقطه دلخواه از داخل این مثلث اختیار کنیم حداقل دو نقطه بین این نقطه‌ها وجود خواهد داشت به قسمی که فاصله آنها از یکدیگر کمتر از یک باشد.									
۱/۷۵		۱۶	به چند طریق می‌توان با استفاده از اصل شمول و عدم شمول، ۴ خودکار متفاوت را بین ۳ نفر توزیع کرد به شرط آنکه به هر نفر حداقل یک خودکار داده باشیم؟									
۲۰												