

هماهنگ داخل و خارج از کشور - شهریور ۱۴۰۲		آزمون ۱		مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	
هندسه (۳)		پایه دوازدهم • دوره دوم متوسطه		رشته ریاضی و فیزیک	
سؤال‌های فصل اول					
۰/۷۵	۱	الف) اگر در ماتریس قطری تمام درایه‌های روی قطر اصلی باهم برابر باشند، آن را ماتریس می‌نامند. ب) اگر $A = \begin{bmatrix} -\sin \theta & \cos \theta \\ \cos \theta & \sin \theta \end{bmatrix}$ باشد، آنگاه دترمینان ماتریس A برابر است. پ) هر ماتریس مربعی وارون‌پذیر است. ☐ درست ☐ نادرست			
۱/۲۵	۲	ماتریس $A = [a_{ij}]_{p \times p}$ به صورت $a_{ij} = \begin{cases} i^2 - j & i > j \\ i + j & i \leq j \end{cases}$ داده شده است، ماتریس A^{-1} را به دست آورید.			
۱/۲۵	۳	در تساوی $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -2 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ 1 \end{bmatrix}$ ، مقدار x را بیابید.			
۱/۵	۴	اگر $3A = \begin{bmatrix} A & -5 \\ 1 & \varepsilon A \end{bmatrix}$ باشد، مقدار $ A^{-1} $ را محاسبه کنید.			
۱/۲۵	۵	مقدار m را طوری بیابید که دستگاه $\begin{cases} mx + 9y = m + 1 \\ \varepsilon x + my = -\varepsilon \end{cases}$ جواب نداشته باشد.			
سؤال‌های فصل دوم					
۰/۵	۶	الف) در هر سهمی، هر شعاع نوری که از کانون آن به بدنه سهمی بتابد، بازتاب آن موازی با محور سهمی باز خواهد گشت. ☐ درست ☐ نادرست ب) اگر صفحه‌ای بر محور سطح مخروطی عمود نباشد و با مولد آن موازی نباشد و از رأس عبور نکند، آنگاه سطح مقطع حاصل یک است.			
۱	۷	نقطه‌های A ، B ، C و D در صفحه مفروض‌اند. نقطه‌ای در این صفحه بیابید که از A و B به یک فاصله و از C و D نیز به یک فاصله باشد. (بحث کنید)			
۱/۵	۸	معادله دایره‌ای را بنویسید که مرکز آن $O(0, 0)$ بوده و روی خط $3x + 4y + 6 = 0$ و تری به طول $2\sqrt{5}$ جدا کند. سپس محل تلاقی آن دایره با محور y ها را بیابید.			
۱/۲۵	۹	وضعیت دو دایره به معادله‌های $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 1$ و $x^2 + y^2 + 6x + 2y - 6 = 0$ را نسبت به هم تعیین کنید. (با ارائه راه حل)			

۱۰	در یک بیضی با کانون‌های F و F' ، طول قطر کوچک نصف طول قطر بزرگ است. اندازه زاویه $\widehat{F'BF}$ را به دست آورید.	۱/۲۵
۱۱	معادله سهمی با کانون $F(۱, ۲)$ و خط هادی $x = -۳$ را بنویسید.	۱/۵
۱۲	در شکل مقابل، نقطه M روی بیضی با کانون‌های F و F' مشخص شده است. خط d را به گونه‌ای رسم کنید که در نقطه M بر بیضی مماس باشد و سپس از نقطه F' خطی موازی با MF رسم کنید تا خط d را در نقطه‌ای مانند N قطع کند. ثابت کنید $NF' = MF'$	۱
۱۳	الف) نقطه $(-۱, ۳, -۲)$ در ناحیه ششم مختصاتی قرار دارد. ☐ درست ☐ نادرست ب) حاصل $\vec{j} \cdot ((\vec{i} \times \vec{k}) \times \vec{i})$ برابر است.	۰/۵
۱۴	مقدار m را طوری بیابید که زاویه بین دو بردار $\vec{a} = (m, ۰, ۲)$ و $\vec{b} = (۲, -۲, ۰)$ برابر $\frac{\pi}{۳}$ باشد.	۱/۵
۱۵	اگر $\vec{a} = (۱, -۱, ۲)$ ، $\vec{b} = (۰, ۲, -۱)$ و $\vec{c} = \vec{i} - \vec{j}$ باشند، تصویر قائم بردار $\vec{a} + \vec{b}$ بر امتداد بردار $۲\vec{c} - \vec{b}$ را به دست آورید.	۱/۵
۱۶	اگر $\vec{a} = (-۲, ۰, ۱)$ و $\vec{b} = \vec{i} - ۲\vec{j} + ۳\vec{k}$ باشند، مساحت مثلثی که توسط بردارهای $\vec{a} - \vec{j}$ و $\vec{b}$ تولید می‌شود را حساب کنید.	۱
۱۷	اگر سه بردار $\vec{a} = (۱, -۱, m)$ ، $\vec{b} = (۱, -۱, ۱)$ و $\vec{c} = (۱, m, -۱)$ در یک صفحه واقع باشند، مقدار m را بیابید.	۱/۵
		۲۰