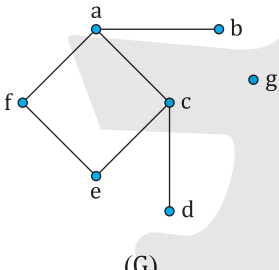
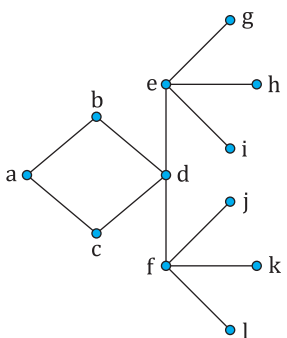


۱	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	هماهنگ داخل و خارج کشور - شهریور ۱۴۰۲	آزمون ۱	۱
	رشته ریاضی و فیزیک	ریاضیات گسسته	پایه دوازدهم • دوره دوم متوسطه	
۱		درست یا نادرست بودن گزاره‌های زیر را مشخص کنید. الف) حاصل ضرب هر عدد گویا، در یک عدد گنگ، عددی گنگ است. ب) برای عددهای صحیح a، b و c که $a \neq 0$، اگر $a b+c$ آنگاه $a b$ یا $a c$ پ) معادله هم‌نهشتی $ax \equiv b^m$ دارای جواب است اگر و فقط اگر $(a \text{ و } m) b$ ت) اگر داشته باشیم $(a \text{ و } b) = 1$ آنگاه می‌گوییم، a و b نسبت به هم اول‌اند.		۱
۱/۲۵	$2x^2 + 2xy + y^2 \geq 4x - 4$	برای هر دو عدد حقیقی x و y به روش بازگشتی (گزاره‌های هم‌ارز) نشان دهید:		۲
۱		به روش برهان خلف نشان دهید، اگر a عدد صحیح فرد باشد و $a+2 b$، آنگاه b نیز عددی فرد است.		۳
۱/۲۵	$49 4k^2 - 10k - 6$	اگر عددی مانند k در $\mathbb{Z}$ باشد به طوری که $7 2k+1$، ثابت کنید:		۴
۱		باقی‌مانده تقسیم عدد $A = 63^{14} + 1$ را بر ۱۶ به دست آورید.		۵
۱/۵		معادله هم‌نهشتی $9 \cdot 2x \equiv 11 \pmod{140}$ را حل کنید.		۶
۱		جاهای خالی را با عبارت‌های مناسب کامل کنید. الف) گرافی را که بین هر دو رأس آن حداقل یک مسیر وجود داشته باشد، گراف می‌گوییم. ب) تعداد رأس‌های فرد هر گراف عددی است. پ) مینیمم درجه در گراف کامل از مرتبه p برابر است. ت) گرافی را که درجه تمام رأس‌های آن با هم مساوی و برابر با عدد k باشد، گراف می‌گوییم.		۷
۲/۵	 (G)	گراف G به صورت مقابل رسم شده است. باتوجه به این گراف به سؤال‌های زیر پاسخ دهید. الف) مرتبه و اندازه آن را بنویسید. ب) مجموع درجات رأس‌های این گراف را به دست آورید. پ) مجموعه $N_G[c]$ را بنویسید. ت) دوری به طول ۴ در این گراف بنویسید. ث) حاصل عبارت $q(G) + \deg_{\bar{G}}(g)$ را به دست آورید.		۸

۲/۵		۹ گراف مقابل را در نظر بگیرید. الف) عدد احاطه‌گری گراف را با ذکر دلیل، به دست آورید. ب) یک مجموعه احاطه‌گر مینیمال ۸ عضوی بنویسید. پ) یک مجموعه احاطه‌گر غیرمینیمال ۴ عضوی بنویسید.
۱	چهار برادر و سه خواهر می‌خواهند در یک ردیف کنار هم بایستند و عکس یادگاری بگیرند. اگر همواره خواهرها کنار هم و برادرها کنار هم قرار بگیرند، آنگاه این عمل به چند طریق امکان‌پذیر است؟	۱۰
۰/۷۵	با رقم‌های ۲، ۳، ۱، ۲، ۲، ۱، ۱، ۱ و ۱ چند کد هشتم‌رقمی می‌توان نوشت؟	۱۱
۱/۵	معادله $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 12$ چند جواب صحیح و نامنفی دارد به شرط آنکه $x_2 = 4$ و $x_4 \geq 3$ باشد؟	۱۲
۱/۵	ابتدا شرط متعامد بودن دو مربع لاتین را نوشته و سپس دو مربع لاتین متعامد از مرتبه ۳ بنویسید.	۱۳
۱/۲۵	در بین عددهای طبیعی ۱ تا ۵۰۰ ($1 \leq n \leq 500$) چند عدد وجود دارد که بر هیچ یک از عددهای ۴ و ۵ بخش‌پذیر نباشند؟	۱۴
۱	یک نجار در هفته ۴ مدل مختلف صندلی در ۳ رنگ متفاوت می‌سازد. او در یک هفته حداقل چند صندلی بسازد تا مطمئن باشیم حداقل ۳ صندلی هم‌رنگ و هم‌مدل ساخته است؟	۱۵
۲۰		